

CARENCIAS, DIFICULTADES Y ERRORES EN LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DEL PRIMER SEMESTRE DE LA ESCUELA DE EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

Deficient's difficulties and errors in the mathematical knowledge in
students of the first semester of Scholl of Education at the University of
Andes

Reinaldo Cadenas (*)
Universidad de Los Andes
rcadena@ula.ve.

RESUMEN:

La presente investigación recoge los resultados que se obtuvieron en estudio diagnóstico que permitió determinar las carencias, las dificultades y los errores que presentan los estudiantes en sus conocimientos matemáticos del primer semestre de las menciones de Matemática y Ciencias de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes (semestres B-1999, B-2000, B-2001, A-2001 y A-2002), los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes muestran grandes carencias, dificultades y errores en sus conocimientos matemáticos básicos y elementales, sobre todo de tipo aritmético y algebraico.

Palabras Clave: Carencias, dificultades, errores, conocimiento matemático, aritmética, álgebra.

ABSTRACT

The present investigation gathers the results that obtained in study diagnosis that allowed to determine the deficiencies, the difficulties and the errors that present the students in their mathematical knowledge of the first semester of the mentions of Mathematical and Sciences of the School of Education of the University of the Andes (semesters B-1999, B-2000, B-20001, A-2001 and A-2002), the obtained results show mainly that most of the students they show great deficiencies, difficulties and errors in his basic and elementary mathematical knowledge, of arithmetic and algebraic type.

Keywords: deficiencies, difficulties, errors, mathematical knowledge, arithmetic, algebra.

(*) Profesor Titular de la Facultad de Humanidades de la Universidad de los Andes.
Con patrocinio del CDCHT-ULA. Proyecto H-613 00A.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación forma parte del proyecto H-613 00A financiado por el Consejo de Desarrollo Científico Humanístico y Tecnológico de la Universidad de los Andes, titulado: Propuesta para la enseñanza de la matemática en la Educación Superior. La implantación de la propuesta se inicia con la aplicación de una prueba diagnóstica aplicada con el fin de orientar la puesta en ejecución de un programa especial para la enseñanza de la Matemática Básica.

El conocimiento matemático es una herramienta básica para la comprensión y manejo de la realidad en que vivimos. Está presente en la vida diaria de los estudiantes lo cual permite que ellos construyan su saber matemático.

La construcción del conocimiento requiere por parte de los alumnos una reorganización y ampliación de los conocimientos previos y por parte de los educadores la detección de las carencias, dificultades y los errores que impiden que los conocimientos presentes en los alumnos sean significativos. Brousseau (1994) nos comenta que un error es un concepto equivocado, producto de las combinaciones de los conocimientos previos que poseen los alumnos, es decir, “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, de la casualidad, si no que es un resultado de un conocimiento anterior, que ha tenido su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadecuado”. Los errores encontrados permiten retomar los contenidos logrando que los alumnos identifiquen e intenten superar sus dificultades y obstáculos para lograr nuevos aprendizajes, y realimentar los conocimientos existentes. En las investigaciones desarrolladas por Henestroza (1997) aparece un excelente

categorización general de los errores, también Rico (1993) presenta una clasificación empírica de los errores, ambos trabajos sustentan la parte conceptual que fundamentan los errores que aparecen usualmente en los conocimientos matemáticos de nuestros estudiantes.

En esta investigación recogemos los resultados obtenidos en un estudio diagnóstico realizado con alumnos del primer semestre de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes (durante cinco semestres), lo que permitió detectar las carencias, dificultades y errores que tienen los estudiantes en sus conocimientos matemáticos previos, al ingreso a la Universidad.

Se detectaron las carencias, dificultades y errores más comunes que presentan una cantidad nada despreciable de estudiantes, los errores son el producto o las manifestaciones de la presencia de estos en los conocimientos matemáticos de los alumnos. El tipo de error más común se debe al aprendizaje deficiente de conocimientos previos y al escaso manejo de destrezas matemáticas elementales.

METODOLOGÍA PARA RECOLECCIÓN DE LOS DATOS

La investigación tiene las siguientes fases: elaborar y validar un instrumento para determinar los *errores, las dificultades y las carencias que presentan los alumnos en sus conocimientos matemáticos*; aplicar el instrumento para recolectar y analizar los datos.

La prueba diagnóstica fue aplicada a 312 estudiantes en total de Matemática y Ciencias Físico-Naturales de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes al inicio de los semestres: B-1999, B-2000, B-2001, A-2001 y A-2002.

La prueba consta de dos partes, la primera de seis preguntas de selección simple y la segunda de cuatro preguntas de desarrollo las cuales deben resolver detalladamente.

RESULTADOS

Análisis de cada uno de los ítems del cuestionario semestre por semestre, con los datos suministrados en la siguiente tabla.

Tabla 1. Descripción del Número y Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas por ítems, según el semestre cursado.

Semestre	B -1999				B -2000				B - 2001				A -2001				A - 2002			
	Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto	
	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%	No	%
1	29	57	22	43	32	36	56	64	26	70	11	30	66	74	23	26	35	74	12	26
2	31	61	20	39	61	69	27	31	27	73	10	27	66	74	23	36	30	64	17	36
3	20	39	31	61	31	35	57	65	29	78	8	22	67	75	22	25	44	94	3	6
4	15	29	36	71	5	6	83	94	2	5	35	95	42	47	47	53	3	6	44	94
5	42	82	9	18	53	60	35	40	7	19	30	81	56	63	33	37	26	55	21	45
6	25	49	26	61	41	47	47	53	5	14	32	86	47	53	42	47	27	57	20	43
7	16	31	35	69	4	5	84	95	9	24	28	76	3	3	86	97	4	4	43	96
8	7	14	44	86	16	18	72	82	12	32	25	68	35	39	54	61	31	66	16	34
9	3	6	48	94	13	15	75	85	8	22	29	78	14	16	75	74	24	51	23	49
10	9	18	42	82	15	17	73	83	5	14	32	86	30	34	59	66	30	64	17	36

Fuente: Asignatura Matemática del primer semestre de la Escuela de Educación

Ítems correspondientes a la primera parte de selección simple.

Ítems 1. La raíz de la ecuación $2x - 1 = 0$ es.

En el semestre A-2002 y A-2001, el porcentaje de 74 fue el mayor para los aciertos y en el semestre B-2000, el porcentaje de 64 fue el mayor para el número de respuestas incorrectas. Pero, si vemos lo elemental de la ecuación planteada en el ítem los resultados esperados en cuanto a las respuestas correctas deberían haber sido mayores.

Los errores más comunes fueron $x = -\frac{1}{2}$, y $x = 1$, el primero aparece por mal despeje y el segundo por restar $2x$ con 1.

Ítems 2. Los siguientes tres números $\frac{1}{3}$; 1,41; y $-\frac{1}{2}$, se ordenan en forma creciente como escribimos a continuación.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2001 con 74 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-1999 con 39.

Es bueno destacar que este ítem requiere conocer el orden en el conjunto de los números racionales.

El error más común fue considerar que $-\frac{1}{2} < 1,41 < \frac{1}{3}$, mostrando un claro desconocimiento de significado de la fracción $\frac{1}{3}$.

Ítems 3. El resultado de $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ es.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2002 con 94 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-2000 con 65.

El error más común fue dar como respuesta correcta 1, es decir, algunos restaban los denominadores 3 y 2, y otros, buscaban el mínimo común múltiplo entre 3 y 2, y lo multiplicaban por los denominadores respectivos de cada fracción quedando $18-12=6$ y luego, dividían entre 6.

Ítems 4. El valor de la expresión $x\sqrt{x+x^2}$ es.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2001 con 47 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-2000 con 94.

El error más común fue $\sqrt{x^2+x^3}$, éste es un error clásico, donde aplican la linealidad sin tomar en cuenta las propiedades de la potenciación.

Ítems 5. El valor de $(2^2)^{-2}$ es.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre B-1999 con 82 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-2001 con 81. Los resultados en aciertos deberían haber sido mayores, pues la pregunta sólo requería operar con exponentes negativos.

El error más común fue escribir como respuesta correcta 16, escribiendo que $(4)^{-2} = (-4)(-4) = 16$.

Ítems 6. El desarrollo de la expresión $(1 - x)^2$ es.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2001 con 53 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-2001 con 86. Los resultados en aciertos deberían haber sido mayores, pues la pregunta requería reconocer el desarrollo del binomio de la diferencia.

El error más común es el clásico $1 - x^2$, de nuevo usan en forma errónea la linealidad.

Ítems correspondientes a la segunda parte de desarrollo.

Ítems 7. Dados los números 0; 2,72; $\frac{1}{2}$; -3; π y $-\frac{1}{2}$ colocar el símbolo \in o \notin según los números dados pertenezcan o no, al conjunto **N** de los números naturales, al conjunto **Z** de los números enteros, al conjunto **Q** de los números racionales o al conjunto **R** de los números reales.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre B-1999 con 31 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre A-2001 con 97. Los resultados en aciertos son alarmantes, pues la pregunta requería ubicar los números dados en los conjuntos numéricos respectivos.

Las respuestas dadas en este ítem demuestran el alto grado de ignorancia que tienen nuestros bachilleres sobre los conjuntos numéricos, por ejemplo, dicen que 2,72 no es un número racional y que π es racional.

Ítems 8. Calcular el valor de la siguiente expresión $(-2)[-1-(-2)-1]$.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2002 con 66 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-1999 con 86. Los resultados en aciertos deberían haber sido mayores, pues la pregunta requería una simple suma y multiplicación de números enteros. Los errores más comunes en esta sencilla operación con números enteros está relacionada con el uso de la regla de los signos, es decir, operar con números negativos.

Ítems 9. Calcular las raíces de la ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2002 con 51 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre B-1999 con 94. Los resultados en aciertos constituyen una alarma sobre el conocimiento matemático que manejan nuestros estudiantes, pues la pregunta consistía en hallar las raíces de una sencilla ecuación cuadrática. Los errores más comunes en este ítem están relacionados con un desconocimiento de la fórmula general que da solución a la ecuación cuadrática, y otros aún conociéndola no la saben aplicar. Mucho menos utilizaban la factorización.

Ítems 10. Calcular $\frac{(-2)^4 3^4}{(-2)^3 (-3)^3}$.

El mayor porcentaje de respuestas correctas se dio en el semestre A-2002 con 64 y el mayor porcentaje de respuestas incorrectas se dio en el semestre

B-2001 con 86. Los resultados en aciertos deberían haber sido mayores, pues la pregunta requería simplificar potencias.

Los errores más frecuentes provienen de dar soluciones incorrectas a la potencias con bases negativas.

A continuación presentamos la tabla que describe el número y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas.

Semestre	Total			
	Correcto		Incorrecto	
	No	%	No	%
1	188	60	124	40
2	215	69	97	31
3	191	61	121	39
4	67	21	245	79
5	184	59	128	41
6	145	46	167	54
7	36	12	276	88
8	101	32	211	68
9	62	20	250	80
10	89	29	233	71

Tabla 2. Porcentaje de respuestas correctas e incorrectas dadas por los alumnos, ítem por ítem.

Fuente: Asignatura Matemática Básica del primer semestre de la Escuela de Educación

Podemos ver que los porcentajes más altos de respuestas incorrectas se presentan a partir de la pregunta 4, con un mayor porcentaje en las preguntas 7 y 9, las cuales correspondían a conocimientos relacionados con ecuación de segundo grado y radicación.

Nótese también que tan sólo en cuatro preguntas los porcentajes de aciertos superan el 50%, estas son la 1, 2, 3 y 5, siendo el mayor porcentaje 69 correspondiente a la pregunta 2. Por último, recordemos que las preguntas 7, 8, 9, y 10 son ítems de desarrollo y es donde se dan los mayores porcentajes de desaciertos siendo el menor 68 correspondiente a la pregunta 8.

A continuación presentamos la tabla correspondiente al número de respuestas correctas distribuidas por semestres.

Tabla 3. Repuestas correctas de los alumnos distribuidas por semestre.

Fuente: Asignatura Matemática Básica del primer semestre de la Escuela de Educación

Nº de Respuestas	Semestre que cursa el alumno					Total
	B-99	B-00	B-01	A-01	A-02	
0	1	2	2	3	1	9
1	6	19	1	5	0	31
2	10	19	8	7	3	47
3	9	17	9	12	7	54
4	9	14	5	14	6	48
5	4	8	7	12	7	38
6	5	2	4	12	7	30
7	3	5	1	14	7	30
8	1	0	0	5	5	11
9	1	0	0	5	3	9
10	2	2	0	0	1	5
Total	51	88	37	89	47	312

En la tabla correspondiente al número de respuestas correctas de los estudiantes distribuidos por semestres, vemos que tan sólo 5 estudiantes de los 312 respondieron correctamente las 10 preguntas, y 9 estudiantes no

respondieron correctamente ninguna pregunta. También, 124 respondieron correctamente 5 o más preguntas que corresponden al 39,7 % del total.

Tan sólo 85 estudiantes respondieron correctamente las preguntas de desarrollo que corresponden al 27,2 % del total.

Tabla 4. Frecuencias y porcentajes del número total de respuestas correctas dadas por los alumnos.

N° de Respuestas Correctas	Frecuencia	Porcentaje válido
0	9	2,9
1	31	9,9
2	47	15,1
3	54	17,3
4	48	15,4
5	38	12,2
6	30	9,6
7	30	9,6
8	11	3,5
9	9	2,9
10	5	1,6
Total	312	100,0

Fuente: Asignatura Matemática Básica del primer semestre de la Escuela de Educación

En la tabla de frecuencias y porcentajes del número total de respuestas correctas en los estudiantes podemos ver que existe una aceptable discrepancia en cuanto al porcentaje de respuestas correctas en los diferentes ítems que va

desde el 1,6% que respondieron correctamente las diez preguntas hasta 17,3 % que respondieron correctamente sólo tres preguntas.

Tabla 5. Estadísticos descriptivos del número de respuestas correctas obtenidas por los alumnos

	No. Alumnos		Media	Mediana	Moda	Desv. típ.	Varianza	Rango
	Válidos	Perdidos						
TOTAL	312	0	4,10	4,00	3	2,32	5,37	10

Fuente: Asignatura Matemática Básica del primer semestre de la Escuela de Educación

La media del número de respuestas correctas por los alumnos fue de 4, menos de la mitad del cuestionario. La mediana de los ítems resueltos correctamente fue de 4, es decir, el 50% de los alumnos obtuvieron más de 4 respuestas correctas. La moda de las respuestas correctas fue de 3, es decir, la mayoría (54) de los alumnos respondieron correctamente 3 ítems.

Las dificultades como lo señala Socas (1997), “se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en forma de errores”, las dificultades más comunes encontradas en nuestro estudio son:

1. Dificultades asociadas a las operaciones básicas con números enteros y racionales, estas se muestran en que los estudiantes no logran comprender y resolver correctamente los ítems 3 y 8.

2. Dificultades con la potenciación, radicación y productos notables. Estas dificultades están relacionadas al hecho de que desconocen el significado correcto de potencias con exponentes negativos y potencia de potencia como se puede ver en los ítems 5 y 10. Mientras que no logran resolver correctamente el producto notable en el ítem 6, pues aplican linealidad para la diferencia de un binomio y lo mismo ocurre con el ejercicio de radicación del ítem 4.

3. Dificultades para identificar los números. Conocen los números, pero tienen grandes dificultades con identificación de números pertenecientes a los distintos conjuntos numéricos: el conjunto **N** de los números naturales, el conjunto **Z** de los números enteros, el conjunto **Q** de los números racionales y el conjunto **R** de los números reales, como se muestra en el ítem 7. Por ejemplo tienen dificultades para identificar que 0 y -3 son números racionales, pero también son números enteros.

4. Dificultades para resolver ecuaciones. Se evidencian en resolver erróneamente ecuaciones de primer y segundo grado, como lo muestran los ítems 1 y 9.

CONCLUSIONES

- En general, podemos decir que los resultados obtenidos vienen a confirmar las carencias, dificultades y errores que tienen los estudiantes de nuevo ingreso en la Escuela de Educación de la ULA, pues debemos enfatizar en el nivel muy elemental que tenía cada pregunta formulada en la prueba diagnóstica, como por ejemplo ignoran la fórmula que da la solución de la

ecuación cuadrática, y además, los estudiantes no manejan los conocimientos básicos, elementales y estrategias generales para resolver ejercicios, mostrándose así, carencias en el manejo del conocimiento matemático en temas como: ecuaciones, potenciación y conjuntos numéricos.

- Es preocupante que en la aplicación de una prueba con ítems que exigían un nivel mínimo de conocimientos para un bachiller, los porcentajes de aciertos hayan sido tan bajos, la idea de este estudio es detallar la problemática encontrada después de examinar los datos obtenidos. Además, podemos confirmar que nuestros estudiantes tienen una alta proporción de aprendizajes aparentes, sin contenido significativo.
- Los errores son el producto o las manifestaciones de la presencia de estos en los conocimientos matemáticos de los alumnos.
- El tipo de error más común se debe al aprendizaje deficiente de conocimientos previos y a las asociaciones incorrectas entre elementos singulares.
- Los estudiantes operan linealmente tanto las potencias, las fracciones y los productos notables.
- Las dificultades y los errores conducen a concepciones incorrectas de la matemática.

- Los conocimientos matemáticos están influenciados por las dificultades que presentan los alumnos.
- Las carencias, errores y dificultades detectadas a los estudiantes por lo general son siempre las mismas, por ejemplo, en la resolución de ecuaciones, álgebra y aritmética.

RECOMENDACIONES

- Enseñar las matemáticas de una manera eficaz mediante actividades constructivas del conocimiento por parte de los alumnos.
- No trabajar los números naturales, enteros y racionales como conjuntos separados.
- Estimular a los alumnos hacia la solución de problemas matemáticos (no rutinarios) en el aula, ya que esto constituye un aspecto fundamental para obtener una adecuada formación en esta disciplina.
- El docente no debe dejar pasar por alto los errores que cometen los estudiantes argumentado que son “fallas que traen desde atrás”.
- El docente debe informarle al alumno sobre las dificultades que fundamentaron la ejecución de un error ya que el tratamiento en

conjunto entre docentes y alumnos es prioritario si se pretenden aprendizajes significativos.

- Proponer a la Escuela de Educación incorporar un semestre cero que permita mejorar los conocimientos matemáticos básicos con que los estudiantes ingresan a la Universidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brousseau, G. (1994). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas*. Disponible en Internet: <http://fractus.mat.uson.mx/Papers/>

Henostroza, J. (1997). *Los errores en el aprendizaje de las matemáticas*. Disponible en Internet: <http://macareo.pucp.edu.pe/> .

Rico, L. (1993). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico. (Comps), Educación Matemática. (60-108). México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria*. En L. Rico "(Comps)", La

educación matemática en la enseñanza secundaria. (125 – 154). Barcelona:

Horsori